

基于粒计算的粗决策规则抽取与约简

阎红灿, 张奉, 刘保相

(华北理工大学理学院, 河北 唐山 063000)

摘要: 规则挖掘是数据挖掘的一项重要研究内容, 也是决策支持系统、人工智能和推荐系统等领域的研究热点, 其中, 属性约简和最小规则集合抽取是关键环节, 尤其抽取效率决定了其可应用性。将粗糙集模型和粒计算理论应用于决策规则约简, 通过粒化函数实现决策表的粒化, 由粒隶属度和概念粒集构造算法生成初始概念粒集, 进而根据概念粒的分辨算子进行属性约简, 可视化的概念粒格实现决策规则提取。实验结果表明该方法更易计算机编程实现, 比已有方法高效实用。

关键词: 粒计算; 粒隶属函数; 分辨算子; 概念粒格; 规则提取

中图分类号: TP182

文献标识码: A

Rough decision rules extraction and reduction based on granular computing

YAN Hong-can, ZHANG Feng, LIU Bao-xiang

(College of Science, North China University of Science and Technology, Tangshan 063000, China)

Abstract: Rule mining was an important research content of data mining, and it was also a hot research topic in the fields of decision support system, artificial intelligence, recommendation system, etc, where attribute reduction and minimal rule set extraction were the key links. Most importantly, the efficiency of extraction was determined by its application. The rough set model and granular computing theory were applied to the decision rule reduction. The decision table was granulated by granulation function, the grain of membership and the concept granular set construction algorithm generated the initial concept granular set. Therefore, attribute reduction could be realized by the distinguish operator of concept granule, and decision rules extraction could be achieved by visualization of concept granule lattice. Experimental result shows that the method is easier to be applied to computer programming and it is more efficient and practical than the existing methods.

Key words: granular computing, membership function of grain, distinguish operator, concept granule lattice, rules extraction

1 引言

规则挖掘是数据挖掘的研究热点, 也是粗糙集理论研究的重要内容, 决策规则约简是粗糙集理论中的重要研究课题。由于知识库中的知识并不是同等重要的, 甚至有些知识是冗余的, 这些冗余的知识不仅造成数据资源的浪费, 而且也会干扰决策者做出正确而简洁的判断, 而决策规则约简就是在保持知识库的分类能力不变的条件下, 删除一些不相

关或不重要的属性^[1]。规则约简和规则提取包括两方面, 一方面对属性约简, 另一方面对属性值约简, 以达到规则约简的目的。目前, 有很多规则约简的算法: 基于可辨识向量、可辨识矩阵、信息熵、容差关系、概念格的属性约简算法等^[2-8], 然而属性约简及属性值约简问题已经被证明是 NP-难题^[9], 如何快速地完成属性约简, 设计高效的规则提取算法, 已成为粗糙集理论的研究重点。

粒计算^[10]强调从不同的粒度世界去观察和分

收稿日期: 2016-08-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61370168); 河北省自然科学基金资助项目 (No.F2014209238)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61370168), The Natural Science Foundation of Hebei Province (No.F2014209238)

析问题,其核心思想是粒化,粒化是问题求解空间的一个构造性过程,它可以简单理解为在给定粒化准则下得到一个粒层的过程,是粒计算基础单元的构建,包括粒子、粒视图、粒网和层次结构^[11]。粒化准则解释了为什么不同对象可以放到同一个粒子里,它是根据当前问题的实际需求和具体精度要求得到的。粒计算的关键在于粒化,而粒化的实质是在给定的粒化准则下得到粒层的过程。粒化准则的本质就是解释为什么不同的粒子可以放在同一粒度空间。

粗糙集理论^[12]是一种处理不确定、不完备知识的理论,由于具有不需要先验知识的特点,粗糙集理论相对于其他处理不确定知识的方法,更具有实用性。尤其是近几年,由于在数据挖掘、规则获取、决策支持^[13, 14]等领域取得了不少成果,也已成为粒计算研究的主要工具之一。其本质思想是利用不可分辨关系(等价关系)来建立论域的一个划分,得到不区分的等价类(即不同属性粒度下的概念粒^[15]),从而建立一个近似空间(由不同大小的概念粒形成)。

本文将粒计算方法应用于粗糙集理论,构造粒隶属函数实现决策表的粒化,通过知识粒集的分辨算子信息重要性排序,实现属性约简;之后借鉴概念格的构建方法,通过条件削减的方式生成新的节点,构建概念粒格,最后实现规则抽取。此方法不但可以清楚地看到最简规则,而且还可以反映决策表的信息,初步实现了数据的可视化。

2 相关工作

利用粗糙集理论挖掘规则的关键在于属性约简,属性约简结果直接影响规则挖掘的结果。但在属性约简过程中存在冗余计算,本文通过决策表的粒化,将问题转移到不同粒空间,大大降低了规则挖掘算法的复杂性。下面是决策表粒化前的准备工作。

定义 1 决策信息系统^[6]。设信息系统为 $S=(U, A, V, f)$, 其中,论域 $U=(u_1, u_2, \dots, u_n)$ 是一个非空的有限集合, A 是属性集合, V 是属性值的集合, $f: U \times A \rightarrow V$ 是信息函数,若条件属性 C 和决策属性 D , 满足: $C \cap D = \emptyset$, $C \cup D = A$, 则称信息系统 S 为决策信息系统也称为决策表。

定义 2 一致决策信息系统^[6]。 $L(U, C, f_1)$ 和 $L(U, D, f_2)$ 分别是由 (U, C, f_1) 和 (U, D, f_2) 生成的概念格,若 $L(U, C, f_1) \leq L(U, D, f_2)$, 则称决策形式背景 S 是一致

决策信息系统。

定义 3 属性约简^[6]。在一致决策信息系统 S 中,如果存在 $C_1 \subseteq C$, 使 $L(U, C_1, f_1) \leq L(U, D, f_2)$, 则 C_1 是约简集,也就是删除部分属性后,新的属性 C_1 具有跟属性 C 同样的分类能力,则说明属性集可以被约简。

定义 4 规则约简^[3]。 S' 为进行属性约简后的决策信息系统,记 $dx: \alpha \rightarrow \beta$ 为一条决策规则,其中, α 为条件属性值, β 为决策属性值;若存在 $dx': \alpha - \{c\} \rightarrow \beta$, 则 dx' 是对 dx 的规则约简。

定理 1 对于任意的一致决策信息系统 S , 其约简集一定存在^[17]。

证明 若对于任意 $a \in A$, 都有 $L(U, A - \{a\}, V, f_{A-\{a\}}) \neq L(U, A, V, f)$, 则 A 本身就是约简集。若存在 $a \in A$, 使 $L(U, A - \{a\}, V, f_{A-\{a\}}) \equiv L(U, A, V, f)$, 则研究 $B_1 = A - \{a\}$ 。若对于任意 $b_1 \in B_1$ 都有 $L(U, A - \{a\}, V, f_{A-\{a\}}) \equiv L(U, A, V, f)$, 则 B_1 是约简集;否则,再研究 $B_2 = B_1 - \{b_1\}$, 重复上述过程,由于 A 是有限集,总可以找到至少一个约简集,因此,一致决策信息系统的约简集一定存在。

定义 5 粗糙隶属函数^[18]。设 $X \subseteq U$ 为论域的一个子集,记 $u_i \in U$ 在关系 $IND(R)$ 下关于集合 X 的粗糙隶属函数如下

$$\mu_X(u_i) = \frac{|X \cap [u_i]_R|}{|[u_i]_R|}$$

其中, $[u_i]_R$ 表示 U 中所有与 u_i 在关系 $IND(R)$ 下是等价的元素构成的集合。

3 决策表的粒化

粒计算的核心思想是对待求解的问题进行粒化,在多个粒度空间对问题进行分析和求解,进而合成原始问题的解。本文根据粗糙隶属函数定义粒隶属函数实现决策表的粒化。

3.1 决策对象到粒化空间的映射

定义 6 粒化函数。根据平面点的距离公式,记 $\tau(u_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^m (u_{ij})^2}$ 为决策对象粒化的映射函数,其中, u_{ij} 表示决策表第 i 行第 j 列属性值;通过映射将各个对象映射到一个平面图上的一个点,如图 1 所示。半径 $r = \sqrt{\sum_{j=1}^m (\Delta A_j)^2}$ 表示决策背景的论域,即决策表的最大粒度空间。其中, ΔA_j 表示决策表第 j 列属性值的极差, $\Delta A_j = \max_{1 \leq i \leq n} A_j - \min_{1 \leq i \leq n} A_j$ 。

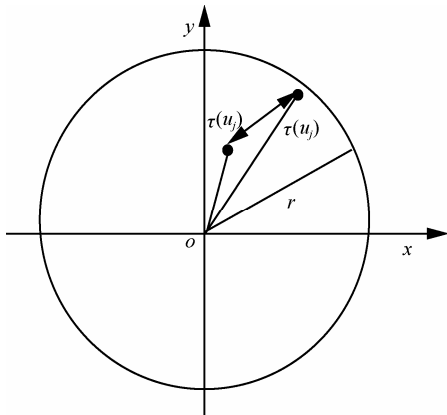


图 1 决策表的粒化示意

通过粒化函数, 可以将决策背景的所有对象映射到半径为 r 的粒度空间中, 即每一个对象对应粒度空间的一个点, 如对象 u_i 对应点 $\tau(u_i)$ 。

定义 7 粒隶属函数。对于 $\forall u_i, u_j \in U$, 阈值 $\lambda \in [0, 1]$, u_j 在论域下关于 u_i 的隶属函数记 $\mu = \frac{|\tau(u_i) - \tau(u_j)|}{r}$, 若 $\mu_\lambda = \frac{|\tau(u_i) - \tau(u_j)|}{r} \leq \lambda$, 则称 u_j 在阈值 λ 下隶属于 u_i 。

通过粒隶属函数实现粒空间的聚类。

3.2 生成最大概念粒集

粒子是构成粒计算模型的最基本元素, 粒子可以被同时看作是由内部属性描述的个体元素的集合, 以及由它的外部属性所描述的整体^[10]。

定义 8 概念粒。概念粒三元组 $CG = (EG, CoG, DG)$, 其中, $EG = \{u_i, \dots, u_j\}$ 为粒的外延, 其表现形式为论域 U 上具有某些共同特征的对象集合; $CoG = C_{u_i} \cap \dots \cap C_{u_j}$ 为粒的内涵, 体现粒的内部属性, 其中, $C_{u_i} = \{a_v | a \in A, v \in V\}$ 表示对象 u_i 的条件属性, $DG = D_{u_i} \cap \dots \cap D_{u_j}$ 为粒外部属性, 体现与其他粒的层次关系, 其中, $D_{u_i} = \{c_v | c \in A, v \in V\}$ 表示对象 u_i 的决策属性。

定义 9 概念子粒和父粒。若 2 个概念粒 CG_1 和 CG_2 的内涵满足 $EG_1 = EG_2$, $DG_1 = DG_2$, 且 $CoG_1 \subseteq CoG_2$, 则称 CG_1 是 CG_2 的子粒; CG_2 是 CG_1 的父粒; 并且概念粒 CG_1 要细于 CG_2 , 记为 $CG_1 \preceq CG_2$ 。其中, “ \preceq ”是概念粒集上的偏序关系。

定义 10 概念粒集。全体概念粒构成的集合称为概念粒集, 记 $SCG = \{CG_1, CG_2, \dots, CG_n\}$ 。

根据等价类的可信度和相似度概念, 定义了条件属性对决策属性的贡献度函数分辨算子。分辨算

子代表每个属性的贡献度, 属性约简时, 优先考虑贡献度较小的属性。

定义 11 分辨算子。对于 $\forall c \in C, \forall d \in D$, 记

$$Cons(c, d) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (C_{u_i} - D_{u_i})^2}}$$

概念粒集通过概念粒反映论域对象的特点, 是对决策背景的一种抽象化描述。最大概念粒集的生成算法由函数 $Function_SCG_0$ 实现。

算法 1 函数 $Function_SCG_0$

输入 决策形式背景 (n 个对象), 阈值 λ

输出 最大概念粒集 SCG_0

```

Function_SCG_0() {
    SCG_0 = {}; // 初始概念粒集为空
    for (u = u_1; u ≤ un; u++) do {
        // 计算粒隶属函数
        EG = {u_1};
        for (j = 1, j < m; j++) {
            if (j! = u_1 && μ_λ ≤ λ) // 满足阈值
                EG = EG ∪ {u_j}
        } // 计算外延
        CoG = C_{u_i} ∩ ... ∩ C_{u_j}; // 生成内涵
        DG = D_{u_i} ∩ ... ∩ D_{u_j}; // 生成外部属性
        CG = (EG, CoG, DG); // 构成一个概念粒
        SCG_0 = SCG_0 ∪ {CG};
    }
    Return SCG_0;
}
    
```

4 基于粒计算的属性约简

对于多决策属性的决策表, 首先组合所有多决策属性, 将结果作为单决策属性, 然后对决策形式背景进行粒化, 经过算法 1 得到初始概念粒集 SCG_0 , 然后根据定义 11 的分辨算子, 优先删除贡献度较小的属性, 随后经过算法 2 删除冗余属性, 得到新的概念粒集 SCG 。

4.1 属性约简

属性约简算法由函数 $Function_Red$ 实现。

算法 2 函数 $Function_Red$

输入 最大概念粒集 SCG_0 , 决策背景 (n 个对象, m 个条件属性)

输出 概念粒集 SCG

Step 1 根据定义 9 对决策表进行属性贡献度计算, 伪代码如下所示。

```
for (i=1;i ≤ m;i++)
{S[i]=0;//数组用于存储 m 个属性的贡献度
for(j=1;j ≤ n;j++) //j 个对象
```

$$S[i]=S[i]+\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n(C_{ui}-D_{ui})^2}}; \}$$

Step2 找出数组 $S[n]$ 中最小的数值与列数，删除此列，并形成新的决策表

$$S[k]=\min(S[n]);$$

$$(U, \{C-k\} \cup D, V, f)$$

Step3 新的决策表经过算法 1，形成新的概念粒集 SCG ，并判断是否与概念粒集 SCG_0 同构，若同构，则删除此冗余属性，继续转 Step2 找出下一个冗余属性。

Step4 若不同构，输出新的概念粒集 SCG ，结束算法。

经过算法 2 后，形成新的概念粒集 SCG ，若新的概念粒集 SCG 与初始概念粒集 SCG_0 结构相同，则说明该属性为冗余属性；反之，若概念集 SCG 与初始概念粒集 SCG_0 结构不同，则说明此属性不是冗余属性。

4.2 构建概念粒格

参考概念格^[19]的建格方法，以概念粒 $CG=(EG,CoG,DG)$ 的内涵为切入点，构建概念粒格 CGL 。

算法 3 构建概念粒格

输入 约简后的概念粒集合决策背景

输出 概念粒格

Step1 根节点。以论域 U 为外延 EG ，全体条件属性为内涵 CoG ，全体决策属性为外部属性 DG 。

Step2 第二层节点。概念粒集中的概念粒为第二层节点。

Step3 第三层节点。以概念粒的内涵为切入点，若概念粒 CG 中决策属性 DG 只有一个决策属性值，直接转 Step3；若不是，进行如下计算。

$$DG=\{dg_1,dg_2,\dots,dg_n\};$$

//决策属性 DG 中有 n 个属性值， $n>1$

```
for(i=1,i ≤ n,i++)
```

```
{寻找携带  $dg_i$  的对象  $eg_i$ ,
```

```
然后根据外延  $eg_i$  生成子节点;}
```

Step4 第 n 层节点。对于第 $n-1$ 层的节点 $CG_{n-1}=(EG_{n-1},CoG_{n-1},DG_{n-1})$ ，若存在 $CoG_n \subseteq$

CoG_{n-1} ， $EG_n=EG_{n-1}$ 且 $DG_n=DG_{n-1}$ ，即子节点的外延和关系与父节点的外延和关系均相等，则第 n 层的节点为 $CG_n=(EG_n, CoG_n, DG_n)$ ；若不存在 $CoG_n \subseteq CoG_{n-1}$ ，满足子节点与父节点的外延和关系相等，转 Step6。

Step5 对于新生成的子节点继续进行 Step4。

Step6 末梢节点。外延、内涵与关系均为空集。

定理 2 概念粒格中与末梢相连的节点是最简规则。

证明 反证法，假设与末梢节点相连的节点 CG_n 不是最简规则，则一定存在一个节点 CG_{n+1} 满足： $CoG_{n+1} \subset CoG_n$ ， $EG_{n+1} \subset EG_n$ ， $DG_{n+1} = DG_n$ ，根据定义 9 可知， $CG_{n+1} \leq CG_n$ ，则 CG_{n+1} 为 CG_n 的子节点，所以 CG_n 不能与末梢节点相连，假设不成立。得证。

5 实例验证

为了验证算法有效性，本文将文献[4]中的决策信息系统进行粒化和规则抽取，并对结果做了对比分析。决策信息如表 1 所示。其中， C 为条件属性， D 为决策属性， U 为论域，下同。

表 1 决策形式背景

U	C				D
	a	b	c	d	e
1	1	0	0	1	1
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0
4	1	1	0	1	0
5	1	1	0	2	2
6	2	1	0	2	2
7	2	2	2	2	2

5.1 决策表粒化

根据定义 6 和定义 7，选取 $\lambda=0.3$ 对决策形式背景进行粒化，经过算法 1 得到最大概念粒集： $SCG_0=\{(\{u_1,u_2,u_4\},\{a_1,c_0\},\{e_0,e_1\}),(\{u_3\},\{a_0,b_0,c_0,d_0\},\{e_0\}),(\{u_5,u_6,u_7\},\{d_2\},\{e_2\})\}$ 。

5.2 属性约简

根据定义 11，计算属性的分辨算子，得到

$$\text{cons}(a,e)=0.707$$

$$\text{cons}(b,e)=0.447$$

$$\text{cons}(c,e)=0.316$$

$$\text{cons}(d,e)=0.707$$

显然, $\text{cons}(a,e)=\text{cons}(d,e)>\text{cons}(b,e)>\text{cons}(c,e)$ 。

1) 探测属性 c

删除条件属性 c 后, 经过算法 2, 得到的概念粒集 $SCG(C-c)=\{(\{u_1,u_2,u_4\},\{a_1\},\{e_0,e_1\}), (\{u_3\},\{a_0,b_0,d_0\},\{e_0\}),(\{u_5,u_6,u_7\},\{d_2\},\{e_2\})\}$ 。

显然, 删除属性 c 后, 概念粒集没有变化, $SCG(C-c)=SCG$, 所以条件属性 c 是冗余属性。

2) 探测属性 b

删除属性 b 后, 经过算法 2, 得到的概念粒集 $SCG(C-b)=\{(\{u_1,u_2,u_4,u_5\},\{a_1\},\{e_0,e_1,e_2\}),(\{u_1,u_2,u_4\},\{a_1\},\{e_0,e_1\}),(\{u_3\},\{a_0,d_0\},\{e_0\}),(\{u_1,u_5,u_6,u_7\},\{\emptyset\},\{e_1,e_2\}),(\{u_5,u_6,u_7\},\{d_2\},\{e_2\})\}$ 。

显然, 删除属性 b 后, 概念粒集发生改变, $SCG(C-b)\neq SCG$, 说明属性 b 不是冗余属性, 停止探测。

5.3 规则约简

对删除条件属性 c 后的概念粒集 $SCG(C-c)$ 构建概念粒格 (算法 3), 概念粒格如图 2 所示。

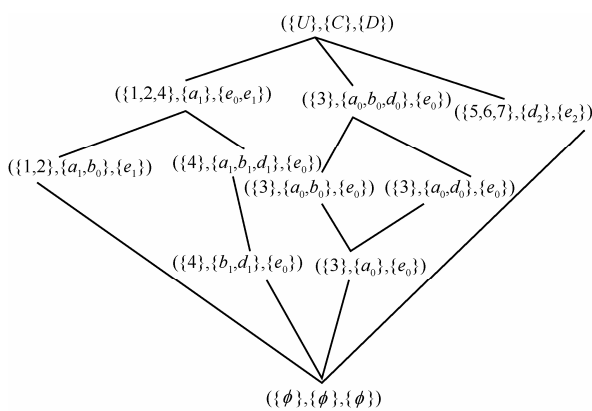


图 2 概念粒格 CGL

从概念粒格的末梢节点可以看出, 只有 4 个节点连接末梢节点, 所以规则约简后只有 4 条, 根据定理 2 可知, 连接末梢节点的 4 条规则为最简规则。由概念粒格可以得到确定性规则如下。

- 1) $a=1 \quad b=0 \rightarrow e=1$; 覆盖 $\{1,2\}$ 。
- 2) $b=1 \quad d=1 \rightarrow e=0$; 覆盖 $\{4\}$ 。
- 3) $a=0 \rightarrow e=0$; 覆盖 $\{3\}$ 。
- 4) $d=2 \rightarrow e=1$; 覆盖 $\{5,6,7\}$ 。

5.4 算法对比与分析

本文最后抽取的最简规则和文献[4]的结果是相同的, 可见异曲同工的效果。算法对比如表 2 所示。

表 2 规则约简算法比较

性能	文献[4]算法	本文算法
时间复杂度	$2^{ C }$	$O(C ^2 U)$
空间复杂度	$O(C U)$	$O(C ^2 U)$
可视性	否	是
扩展性	否	是

算法 1 的时间复杂度为 $O(|C||U|)$, 算法 2 和算法 3 的时间复杂度在最坏的情况下为 $O(|C|^2|U|)$, 所以本文的算法复杂度为 $O(|C|^2|U|)$ 。

当冗余属性较多时或者样本集较大时, 文献[4]规则约简难度逐渐增加、时间复杂度随着论域对象呈指数增加, 而本文算法的时间复杂度在最坏的情况下小于文献[4]的复杂度。

另外, 本文的算法通过概念粒格图可以清楚看到规则抽取及约简, 增强了规则抽取的可视操作; 当数据量增大时, 本文算法同样适用于海量数据的规则。

从规则约简来看, 最后得到的都是 4 条规则, 文献[4]依照启发算法从低维粒层开始寻找最简规则, 若规则没有覆盖论域, 则继续向高一维粒层开始寻找, 直到规则覆盖论域为止, 而本文的算法是在同一粒层内对最大粒集构建概念粒格, 在构建的过程中通过属性分辨算子自动进行属性约简, 实现了搜索冗余属性的有序性, 避免了向高维粒层的操作。

通过概念粒格 (图 2) 可以清楚地看到对象 3 和对象 4 虽然决策相同, 但是不属于一个粒集里面, 这点从决策形式表的条件属性也可以看到; 在构建概念粒格的过程中自动进行规则约简, 与末梢节点相连的节点即是最简规则, 整个算法的实现大大增强了规则可视化。规则提取和还原可以在本文中清楚地表明, 强化规则约简的可视化操作; 当数据量增加, 本文算法也可应用于海量数据的规则提取。

6 结束语

本文提出的一种基于粒计算的粗决策规则约简算法, 通过分辨算子可以对属性的贡献度进行排序, 大大提高了属性约简的搜索效率; 通过决策表粒化和粒的合成方式不仅可以对属性约简, 而且简化了聚类操作, 使规则抽取变得形象可视化, 为粒计算在决策规则挖掘和知识发现领域的应用提供了一种新的思路和方法。

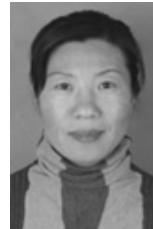
下一步的研究是与大数据集的 Rosetta 软件的

工作, 然后利用本文提出的算法做进一步的实验对比研究。

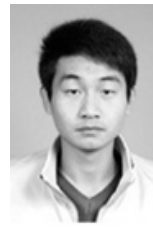
参考文献:

- [1] 苗夺谦, 胡桂荣. 知识约简的一种启发式算法[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(6): 681-684.
MIAO D Q, HU G R. A heuristic algorithm for reduction of knowledge[J]. Journal of Computer Research and Development, 1999, 36(6): 681-684.
- [2] 鄂旭, 邵良杉, 张毅智, 等. 一种基于粗糙集理论的规则提取方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(1): 232-235.
E X, SHAO L S, ZHANG Y Z, et al. Method of rule extraction based on rough set theory[J]. Computer Science, 2011, 38(1): 232-235.
- [3] 徐凤生. 一种属性与值约简及规则提取算法[J]. 计算机工程与科学, 2008, 30(2): 61-63.
XU F S. An attribute and value reduction and rule extraction algorithm[J]. Computer Engineering and Science, 2008, 30(2): 61-63.
- [4] 陈泽华, 张裕, 谢刚. 基于粒计算的最简决策规则挖掘算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(1): 144-148.
CHEN Z H, ZHANG Y, XIE G. Mining algorithm for concise decision rules based on granular computing [J]. Control and Decision, 2015, 30(1): 144-148.
- [5] 张清华, 肖雨. 新的信息熵属性约简[J]. 计算机科学与探索, 2013, 7(4): 359-367.
ZHANG Q H, XIAO Y. New attribute reduction on information entropy[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2013, 7(4): 359-367.
- [6] 仇国芳, 陈劲. 概念格的规则约简与属性特征[J]. 浙江大学学报(理学版), 2007, 34(2): 158-162.
QIU G F, CHEN J. Rule reductions and characters of attributes in concept lattices[J]. Journal of Zhejiang University(Science Edition), 2007, 34 (2): 158-162.
- [7] KANG X P, MIAO D Q. A study on information granularity in formal concept analysis based on concept-bases[J]. Knowledge Based Systems, 2016, 105: 147-159.
- [8] KANG X P, MIAO D Q. A variable precision rough set model based on the granularity of tolerance relation[J]. Knowledge Based Systems, 2016, 102: 103-115.
- [9] WANG S K M, ZIARKO W. On optimal decision rules in decision tables [J]. Bulletin of Polish Academy of Science, 1985, 333: 693-696.
- [10] 王国胤, 张清华, 胡军. 粒计算研究综述[J]. 智能系统学报, 2007, 2(6): 8-26.
WANG G Y, ZHANG Q H, HU J. An over view of granular computing[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2007, 2(6): 8-26.
- [11] SABER S, ALI S, HAMIDO F. Systematic mapping study on granular computing[J]. Knowledge-Based Systems, 2015, 80: 78-97.
- [12] 王国胤, 姚一豫, 于洪. 粗糙集理论与应用研究综述[J]. 计算机学报, 2009, 32(7): 1229-1246.
WANG G Y, YAO Y Y, YU H. A survey on rough set theory and applications[J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(7): 1229-1246.
- [13] 于洪, 王国胤, 姚一豫. 决策粗糙集理论研究现状与展望[J]. 计算机学报, 2015, 38(8): 1628-16398.
YU H, WANG G Y, YAO Y Y. Current research and future perspectives on decision-theoretic rough sets[J]. Chinese Journal of Computers, 2015, 38(8): 1628-16398.
- [14] 梁德翠, 胡培. 概念层次中基于粗糙集的优化可信规则获取[J]. 计算机应用, 2011, 32(2): 493-497.
LIANG D C, HU P. Optimal credible rules based on rough sets in concept hierarchies[J]. Journal of Computer Applications, 2011, 32(2): 493-497.
- [15] 阎红灿, 张奉, 王云, 等. 基于粒计算的多值属性概念格约简[J]. 计算机应用, 2015, 35(S2): 73-76.
YAN H C, ZHANG F, WANG Y, et al. Multi-value attribute concept lattice reduction based on granular computing[J]. Journal of Computer Applications, 2015, 35(S2): 73-76.
- [16] PAWLAK Z. Rough set[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(15): 341-356.
- [17] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 185-189.
ZHANG W X, QIU G F. Uncertain decision making based on rough sets[M]. Beijing: Tsinghua University, 2005: 182-189.
- [18] PAWLAK Z. Rough sets: theoretical aspects of reasoning about data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers. 1991: 1-79.
- [19] 刘保相, 陈焕焕, 柳洁冰. 粗糙概念格分层建格算法及应用[J]. 计算机科学, 2013, 40(4): 214-216.
LIU B X, CHEN H H, LIU J B. Layered construction algorithm and application of rough concept lattice[J]. Computer Science, 2013, 40(4): 214-216.

作者简介:



阎红灿(1968-), 女, 河北保定人, 博士, 华北理工大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为 Web 语义检索和知识发现。



张奉(1989-), 男, 河北邯郸人, 华北理工大学硕士生, 主要研究方向为信息处理数学模型及应用。



刘保相(1957-), 男, 河北衡水人, 华北理工大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为粗糙集理论及应用、模糊数据挖掘。